

## Практическая работа 1

### Логические операции. Равносильность формул

**Цель работы:** Научиться строить таблицы истинности логических высказываний и преобразовывать формулы, используя основные равносильности

#### Содержание работы:

**Используйте основные понятия, которые есть в тетради.**

#### УЧЕБНИК страница 174

1 Основные законы логики :  $A = \bar{\bar{A}}$  – закон тождества

$A \& \bar{A} = 0$  – закон не противоречия

$\bar{\bar{A}} \vee \bar{A} = 1$  – закон исключенного третьего

$A = \bar{\bar{A}}$  – закон двойного отрицания

- Свойства констант:  $\bar{0} = 1$        $\bar{1} = 0$   
 $A \vee 0 = A$        $A \& 0 = 0$   
 $A \vee 1 = 1$        $A \& 1 = A$
- Законы идемпотентности:  $A \vee A = A$ ;  $A \& A = A$
- Законы коммутативности:  $A \vee B = B \vee A$ ;  $A \& B = B \& A$
- Законы ассоциативности:  $A \vee (B \vee C) = (A \vee B) \vee C$ ;  $A \& (B \& C) = (A \& B) \& C$
- Законы дистрибутивности:  $A \vee (B \& C) = (A \vee B) \& (A \vee C)$ ;  
 $A \& (B \vee C) = (A \& B) \vee (A \& C)$
- Законы поглощения:  $A \vee (A \& B) = A$ ;  $A \& (A \vee B) = A$
- Законы де Моргана:  $\overline{A \vee B} = \bar{A} \& \bar{B}$ ;  $\overline{A \& B} = \bar{A} \vee \bar{B}$

#### Задание

1 Составить таблицу истинности сложного логического выражения

2 Для заданного логического выражения:

- построить таблицу истинности;
- упростить высказывание, используя равносильные преобразования;
- полученный результат проверить, построив для него таблицу истинности.

## Пример выполнения:

### 1 Исходные данные:

$$F = A \vee \overline{B} \wedge C.$$

### Решение:

1 Определим количество переменных – их 3, значит количество строк в таблице истинности  $= 2^3 + 1 = 9$  (каждый операнд принимает одно из двух значений – 0 или 1)

2 Определим количество и порядок действий: 3 действия ( $\partial 1 = \overline{B}$ ,  $\partial 2 = \partial 1 \wedge C$  и  $\partial 3 = A \vee \partial 2$ ), значит количество столбцов  $= 3$  (3 переменные) + 3 (3 действия) = 6

3 Составляем таблицу истинности, вписывая в соответствующие ячейки результаты действий, используя правила алгебры логики, например, если  $B = 1$ , то  $\overline{B} = 0$ ;  $\partial 1 = 1$ ,  $C = 1$ , то  $\partial 1 \wedge C = 1$  и т. д.

A	B	C	$\partial 1$	$\partial 2$	$\partial 3$
0	0	0	1	0	0
0	0	1	1	1	1
0	1	0	0	0	0
0	1	1	0	0	0
1	0	0	1	0	1
1	0	1	1	1	1
1	1	0	0	0	1
1	1	1	0	0	1

$$(X \rightarrow Y) \wedge (Y \rightarrow Z) \rightarrow (Z \rightarrow X).$$

### Решение:

$$1 \quad \overset{\partial 1}{(X \rightarrow Y)} \wedge \overset{\partial 4}{(Y \rightarrow Z)} \rightarrow \overset{\partial 5}{(Z \rightarrow X)} \overset{\partial 3}{}.$$

2 Составим таблицу истинности для исходного выражения:

X	Y	Z	$\partial 1$	$\partial 2$	$\partial 3$	$\partial 4$	$\partial 5$
0	0	0	1	1	1	1	1
0	0	1	1	1	0	1	0
0	1	0	1	0	1	0	1
0	1	1	1	1	0	1	0
1	0	0	0	1	1	0	1
1	0	1	0	1	1	0	1
1	1	0	1	0	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1	1

### 3 Упростим высказывание:

– преобразуем импликацию:

$$(X \rightarrow Y)(Y \rightarrow Z) \rightarrow (Z \rightarrow X) = (\overline{X \vee Y})(\overline{Y \vee Z}) \vee (\overline{Z} \vee X);$$

– воспользуемся законом де Моргана для преобразования инверсии:

$$(\overline{X \vee Y})(\overline{Y \vee Z}) \vee (\overline{Z} \vee X) = (\overline{X} \vee \overline{Y})(\overline{Y} \vee \overline{Z}) \vee (\overline{Z} \vee X) = \overline{X}\overline{Y} \vee \overline{Y}\overline{Z} \vee \overline{Z} \vee X;$$

– по закону двойного отрицания:

$$\overline{\overline{X}}\overline{Y} \vee \overline{Y}\overline{\overline{Z}} \vee \overline{Z} \vee X = X\overline{Y} \vee Y\overline{Z} \vee \overline{Z} \vee X;$$

– перегруппируем высказывание и воспользуемся законом поглощения:

$$X\overline{Y} \vee Y\overline{Z} \vee \overline{Z} \vee X = X\overline{Y} \vee X \vee Y\overline{Z} \vee \overline{Z} = X \vee \overline{Z}$$

### 4 Составим таблицу истинности для полученного выражения:

X	Y	Z	$\overline{Z}$	$X \vee \overline{Z}$
0	0	0	1	1
0	0	1	0	0
0	1	0	1	1
0	1	1	0	0
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1

Результирующие столбцы в двух таблицах совпали, следовательно, выполненные преобразования верны

### Задания к практической работе.

- 1  $F = A \vee \overline{B} \vee (\overline{A} \vee C)$
- 2  $F = A \rightarrow \overline{B \vee C}$
- 3  $F = B \vee (\overline{A} \leftrightarrow C)$
- 4  $F = \overline{B} \vee (A \leftrightarrow C)$
- 5  $F = A \wedge B \rightarrow \overline{B \wedge C}$



